

ФГОС
ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

Программа курса

**к учебникам «Математика: алгебра и начала математического анализа,
геометрия» 10 и 11 классы
под редакцией академика РАН В.В. Козлова
и академика РАО А.А. Никитина**

**Соответствует
Федеральному государственному образовательному стандарту**

Москва
«Русское слово»
2013

ПРОГРАММА

к учебникам «Математика: алгебра и начала математического анализа,
геометрия» 10-11 классы.

**Авторы: В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов,
А.А. Мальцев, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев, М.В. Фокин
под редакцией академика РАН В.В. Козлова и академика РАО А.А.
Никитина.**

Настоящая программа создана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования. Содержание программы для общеобразовательных учреждений направлено на изучение обучающимися курса математики и повышение интереса к изучению наук в целом.

Программа курса содержит следующие разделы:

- *пояснительную записку*, в которой формулируются цели изучения математики, дается общая характеристика и место учебного предмета в учебном плане, раскрываются особенности обучения по УМК «Математика» для 10-11 класс;
- *планируемые результаты* освоения основной общеобразовательной программы среднего (полного) общего образования;
- *содержание обучения*, включающее перечень основного изучаемого материала и вариативных компонентов, распределенных по содержательным разделам;
- *рекомендации* по учебно-методическому и материально-техническому обеспечению образовательного процесса.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Важной особенностью современного этапа в образовании является поиск оптимальных стандартов в изучении школьных предметов, которые отражают потребности общества в различных сферах человеческой деятельности и учитывают психологические особенности обучающихся. Такая тенденция в области естественно-научных дисциплин проявилась давно, в частности, это можно видеть по широкому распространению специализированных классов и школ физико-математического профиля. В каждой школе встречаются обучающиеся с разными способностями к изучению математики, однако не везде имеются возможности для организации специализированного обучения. Поэтому целесообразно применять учебники, включающие в себя различные уровни изложения материала.

Авторским коллективом профессоров и доцентов Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова и Новосибирского государственного университета, научных сотрудников Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук и Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук, Института педагогических исследований одаренности детей Российской академии образования реализована идея трехуровневого преподавания математики в общеобразовательной школе с 5 по 11 класс в рамках единой концепции.

Остановимся на основных принципах этой концепции.

Математика — единая наука: арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия, начала математического анализа и так далее являются зависимыми друг от друга дисциплинами. Единое изложение всего предмета подчеркивает широту математических идей и общность развиваемых методов.

Математика тесно связана с различными науками. Моделирование окружающих нас явлений и изучение возникающих моделей позволяет предсказывать результаты, которые не всегда можно проверить экспериментально. В этом состоит одна из главных задач математики, а поэтому систематическое рассмотрение практических задач играет важную роль в процессе обучения.

Математика является важным элементом общей человеческой культуры и в значительной мере — одним из видов искусства. По словам Б. Рассела, «математика владеет не только истиной, но и высшей красотой — красотой холодной и суровой, подобной красоте скульптуры». Использование увлекательных задач позволяет подчеркнуть красоту математики и помогает сделать преподавание математики живым и менее формальным.

Математика имеет свои законы развития и в силу того, что разрабатывает математический аппарат, который может применяться в различных сферах человеческой деятельности, носит абстрактный характер. Умение абстрактно мыслить вырабатывается постепенно, опираясь на конкретные реальные объекты. А так как восприятие мира в значительной степени зависит от психологических особенностей человека, то в процессе обучения математике приходится учитывать как образный, так и рациональный типы мышления.

Многие математические понятия и методы не могут быть восприняты сразу. Необходим долгий и трудный путь к осознанному пониманию вопроса. Поэтому важное значение имеет обучение по «спирали», когда систематическое возвращение к фундаментальным математическим понятиям позволяет постепенно переходить от наблюдений и экспериментов к точным формулировкам и доказательствам.

В связи с природными различиями в склонностях и способностях целесообразно проводить преподавание математики **по нескольким уровням требований к знаниям и умениям.**

Первый уровень – общегуманитарный – предполагает овладение таким минимумом знаний, который необходим каждому культурному человеку.

Второй уровень – технологический – должен обеспечить умения и навыки, которые позволят успешно продолжить обучение в старшей школе, а в последующем и вузе.

Третий уровень – специализированный. На этом уровне следует стремиться к воспитанию профессионального интереса к математике и сознательному овладению логикой рассуждений, что необходимо для обучения на математическом или близких к нему естественнонаучных профилях старшей школы, осуществляя тем самым подготовку к последующему обучению на

математическом или близким к нему естественнонаучных факультетах университетов.

Общая характеристика учебного предмета

Учебный предмет «Математика» является обязательным общеобразовательным предметом. Согласно Федеральному базисному учебному плану учебный предмет «Математика» изучается на двух уровнях – базовом или углублённом – в зависимости от образовательных потребностей обучающихся.

Следуя идеи трехуровневого обучения, учебный предмет «Математика», является интегрированным учебным предметом, в котором параллельно изучаются «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия (стереометрия)».

Обучение на **базовом уровне** нацелено на формирование общей культуры, связано с развивающими и воспитательными целями образования, с социализацией личности и самоопределением дальнейшего жизненного пути старшеклассника. Изучение математики на базовом уровне ставит своей целью овладение целостной системой математических знаний, которая необходима каждому культурному человеку, планирующему продолжить образование в областях, не связанных с математикой.

Углублённый уровень способствует получению образования, в соответствии с интересами, склонностями и способностями обучающихся, с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования. Изучение математики на углублённом уровне ставит своей целью завершение формирования у обучающихся целостной системы математических знаний как основы для продолжения образования в областях, связанных с математикой.

Математическая подготовка обучающихся на углублённом уровне открывает дополнительные возможности для совершенствования интеллектуальных и творческих способностей старшеклассников за счет использования характерных для высшей школы видов учебной деятельности, таких как, рефераты, исследовательские проекты, семинары и т.д. А это дает

возможность для развития исследовательских умений и навыков, формирования культуры мышления и математического языка.

Изучение математики на базовом уровне направлено на достижение следующих целей:

- овладение системой математических понятий, законов и методов, изучаемых в пределах основной образовательной программы среднего (полного) общего образования;

- осознание и объяснение роли математики в описании и исследовании реальных процессов и явлений; представление о математическом моделировании и его возможностях;

- овладение математической терминологией и символикой, начальными понятиями и принципами математического доказательства; самостоятельное проведение доказательных рассуждений в ходе решения задач;

- выполнение точных и приближенных вычислений и преобразований выражений; решение уравнений и неравенств; решение текстовых задач; исследование функций, построение их графиков; оценка вероятности наступления событий в простейших ситуациях;

- способность применять приобретенные знания и умения для решения задач, в том числе задач прикладного характера и задач из смежных учебных предметов;

- изображение плоских и пространственных геометрических фигур, их комбинаций; чтение геометрических чертежей; описание и обоснование свойств фигур и отношений между ними; способность применять приобретенные знания и умения для решения задач, в том числе задач практического характера и задач из смежных учебных предметов.

На углубленном уровне к перечисленным выше целям добавляются следующие:

- становление мотивации к последующему изучению математики, естественных и технических дисциплин в учреждениях системы среднего и высшего профессионального образования и для самообразования;

- понимание и умение объяснить причины введения абстракций при построении математических теорий;

- осознание и выявление структуры доказательных рассуждений, логического обоснований доказательств;
- овладение основными понятиями, идеями и методами математического анализа, теории вероятностей и статистики; способность применять полученные знания для описания и анализа проблем из реальной жизни;
- готовность к решению широкого класса задач из различных разделов математики и смежных учебных предметов, к поисковой и творческой деятельности, в том числе при решении нестандартных задач;
- овладение навыками использования компьютерных программ при решении математических задач, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации хода рассуждения.

Место учебного предмета «Математика» в учебном плане

Федеральный базисный учебный (образовательный) план на изучение математики в средней (полной) общеобразовательной школе отводит 4 учебных часа на базовом уровне и 6 и более учебных часов на углублённом уровне в неделю в течение каждого года обучения.

При организации обучения по трёхуровневой программе рекомендуется отводить 4 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего не менее 280 уроков за два года обучения на первом уровне. На втором уровне рекомендуется отводить 6 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего не менее 420 уроков за два года обучения.

Учебное время может быть увеличено до 8 и более уроков в неделю (всего не менее 560 уроков за два года обучения) за счет вариативной части базисного плана в тех случаях, когда преподавание ведется в классах, нацеленных на повышенный уровень математической подготовки обучающихся, то есть реализуется третий уровень обучения по программе.

Особенности курса «Математика» в старшей школе

Учебно-методический комплект (далее УМК) по математике для 10-11 классов создан на основе Федерального государственного образовательного

стандарта среднего (полного) общего образования, а также с учетом преемственности с Примерной программой среднего общего образования и является продолжением линии учебников издательства «Русское слово» для 5 – 9 классов по математике.

Содержание математического образования на ступени среднего (полного) общего образования представлено в виде следующих содержательных разделов: **числовые системы; элементарные функции; начала математического анализа; вероятность и статистика; геометрия (стереометрия)**. Наряду с этим в содержание математического образования включены два дополнительных методологических раздела: **аксиоматические основы математики; предел и непрерывность**. Содержание каждого из этих разделов отражает принципиальные особенности современной математики и предназначено для подготовки учащихся к продолжению обучения в вузах.

Раздел **«Вероятность и статистика»** – компонент школьного образования, усиливающий его прикладное и практическое значение. Этот материал необходим, прежде всего, для формирования у обучающихся правильного отношения к абсолютному большинству процессов, происходящих в природе, в социальном развитии общества, в экономике и других сферах деятельности человека. Содержание данного раздела предназначено для выработки навыков и умений воспринимать и критически анализировать большие объемы информации, представленной в различных формах (последовательности данных, таблицы, графики и т.д.), понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, производить простейшие вероятностные расчеты.

Цель содержания раздела **«Геометрия (стереометрия)»** – развить у учащихся пространственное воображение и логическое мышление путем систематического изучения свойств геометрических фигур на плоскости и в пространстве и применения этих свойств при решении задач вычислительного и конструктивного характера. Существенная роль при этом отводится развитию геометрической интуиции. Сочетание наглядности со строгостью является неотъемлемой частью геометрических знаний. Материал, относящийся к блокам **«Координаты в пространстве»** и **«Векторы в пространстве»**, позволяет моделировать геометрические закономерности в форме алгебраических

соотношений, благодаря чему значительно расширяет возможности учащихся в решении задач геометрического содержания.

Раздел «**Числовые системы**» рассчитан на ознакомление учащихся с историей развития теории числа, с алгебраическими и топологическими структурами в системах рациональных, действительных и комплексных чисел, на приложения к решению уравнений, неравенств, систем и прикладных задач, сводящихся к решению алгебраических уравнений.

Раздел «**Элементарные функции**» рассчитан на определение и изучение числовых функций, составляющих основу для моделирования многих процессов, происходящих в природе и в общественных отношениях. Данный раздел очень емкий по содержанию, так как предполагает изучение степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических, обратных тригонометрических функций, а также многочисленные правила преобразования выражений с радикалами, со степенями, с логарифмами, с тригонометрическими функциями и обратными к ним функциями.

Раздел «**Начала математического анализа**» рассчитан на ознакомление учащихся с общими приемами и методами анализа числовых функций, выявления характерных особенностей в поведении графиков функций, что тесно связано с приближенным представлением результатов вычислений и теорией пределов.

Раздел «**Аксиоматические основы математики**» рассчитан на ознакомление учащихся к аксиоматическому подходу к построению математических теорий, позволяет придать математическую строгость таким понятиям, как теорема и выводимость. Существенная роль при этом отводится иллюстрации аксиоматического подхода на знакомых учащимся объектах: на множестве натуральных чисел демонстрируется аксиома индукции, позволяющая обосновать доказательства методом математической индукции; в геометрии демонстрируется система аксиом Гильберта, которая в упрощенной форме применяется во многих школьных учебниках по геометрии, а также предполагается знакомство с элементами неевклидовой геометрии Лобачевского.

Раздел «**Предел и непрерывность**» рассчитан на ознакомление учащихся с идеологией приближения и непрерывности на уровне, который в значительной

степени соответствует уровню изучения теории пределов и непрерывности в высшей школе.

**Особенности обучения по УМК «Математика» для 10-11 классов
под редакцией академика РАН В.В. Козлова
и академика РАО А.А. Никитина**

В силу новизны трехуровневой системы обучения рекомендуется с 5 по 11 класс изучать единый предмет «Математика» (интегрированный), в котором с 5 по 9 класс параллельно изучаются разделы «Алгебра» и «Геометрия (планиметрия)», а с 10 по 11 класс изучаются разделы «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия (стереометрия)».

Раздел **«Алгебра и начала математического анализа»** рассчитан на введение и изучение числовых функций, на ознакомление обучающихся с общими приемами и методами анализа числовых функций, выявления характерных особенностей в поведении графиков функций. Этот раздел следует считать основой математического образования на ступени среднего (полного) общего образования.

Раздел **«Геометрия»** рассчитан на изучение пространственных фигур, развитие пространственного мышления, на применение полученных знаний к решению задач практической направленности на вычисление длин, площадей и объемов.

Система вопросов и заданий в курсе математики 10–11 классов позволяет учитывать возрастные и психологические особенности обучающихся, а также их индивидуальные интересы. Задачи способствуют развитию критического мышления, овладению приемами анализа, синтеза, отбора и систематизации материала, формируют умение учиться и организовывать свою деятельность. Система тестовых заданий позволяет выявить степень усвоения изученного материала. Содержание учебников «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» способствует развитию мотивации к учению, интеллектуальной и творческой деятельности, а также формированию интереса к углублённому изучению математики.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОБУЧАЮЩИМИСЯ ОСНОВНОЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО (ПОЛНОГО) ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Изучение математики по учебно-методическому комплексу «Математика» для 10-11 классов в старшей общеобразовательной школе дает возможность обучающимся достичь личностных, метапредметных и предметных результатов.

Личностные результаты обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию обучающихся, установление обучающимися связи между учебной деятельностью и ее мотивом. К личностным результатам освоения старшеклассниками программы относятся:

- сформированность представлений об основных этапах истории и наиболее важных современных тенденциях развития математической науки;
- сформированность потребности в самореализации в творческой деятельности, выражающаяся в креативности мышления, инициативе, активности при решении математических задач;
- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- способность к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы:

- сформированность первоначальных представлений об идеях и методах математики как об универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов;
- умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта; умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;

– умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

– умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в нужной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

– умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы, схемы и др.) для иллюстраций, интерпретации, аргументации;

– умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их подтверждения путем доказательств;

– понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом; умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных проблем;

– умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера.

Предметные результаты на *базовом уровне* проявляются в знаниях, умениях, компетентностях, характеризующих уровень овладения обучающимися содержанием учебного предмета:

– владение базовым понятийным аппаратом;

– производить тождественные преобразования, вычислять значения выражений;

– решать уравнения с радикалами, степенями, логарифмами и тригонометрическими функциями в несложных случаях (с применением одной-двух формул и/или замены переменной), в том числе при решении практических расчетных задач из окружающего мира и из области смежных дисциплин;

– приводить примеры реальных явлений и процессов, в том числе периодических, количественные характеристики которых описываются с помощью функций;

– использовать готовые компьютерные программы для иллюстрации зависимостей;

- определять значения функции по значению аргумента;
- изображать на координатной плоскости графики зависимостей, заданных описанием, в табличной форме и формулой; описывать свойства функций с опорой на графики;
- перечислять и иллюстрировать, используя графики, свойства основных элементарных функций;
- соотносить реальные зависимости из окружающей жизни и из смежных дисциплин с элементарными функциями, делая выводы о свойствах таких зависимостей;
- объяснять на примерах суть методов математического анализа для исследования функций и вычисления площадей фигур, ограниченных графиками функций;
- объяснять геометрический и физический смысл производной;
- вычислять производные многочленов;
- пользоваться понятием производной при описании свойств функции (монотонность, наибольшее и наименьшее значения);
- приводить примеры процессов и явлений, имеющих случайных характер;
- находить в простейших ситуациях из окружающей жизни вероятность наступления случайного события; составлять таблицы распределения вероятностей;
- осуществлять информационную переработку задачи, переводя информацию на язык математических символов, представляя содержащиеся в задачах количественные данные в виде формул, таблиц, графиков, диаграмм и выполнение обратных действий с целью извлечения информации из формул, таблиц, графиков и др.;
- исходя из условия задачи, составлять числовые выражения, уравнения, неравенства и находить значения искомых величин;
- излагать и оформлять решение логически правильно, с необходимыми пояснениями;
- использовать язык стереометрии для описания объектов окружающего мира;

– приводить примеры реальных объектов, пространственных характеристики которых описываются с помощью геометрических терминов и отношений (параллельности, перпендикулярности, равенства, подобия, симметрии);

– иметь представление о многогранниках и телах вращения; распознавать на чертежах и моделях плоские и пространственные геометрические фигуры, соотносить трёхмерные объекты с их описанием, чертежами, изображениями;

– выполнять геометрические построения;

– объяснять методы параллельного и центрального проектирования;

– строить простейшие сечения геометрических тел;

– исследовать и описывать пространственные объекты;

– уметь использовать свойства плоских и пространственных фигур, методы вычисления их линейных элементов и углов, формулы для вычисления площадей поверхностей пространственных фигур, формулы для вычисления объёмов многогранников и тел вращения;

– проводить доказательства геометрических теорем; проводить письменные и устные логические обоснования при решении задач на вычисления и доказательство;

– использовать в отношении геометрических фигур готовые компьютерные программы для построения, проведения экспериментов и наблюдений на плоскости и в пространстве; использовать программы, позволяющие проводить эксперименты и наблюдения динамически (в движении);

На *углублённом уровне* к перечисленным выше предметным результатам добавляются следующие:

– характеризовать системы целых, рациональных, действительных, комплексных чисел; приводить примеры расширения, элементарных функций на область комплексных чисел;

– давать определения, формулировать и доказывать свойства корней, степеней, логарифмов, тригонометрических функций; формулировать и доказывать теорему о рациональных корнях многочлена;

– решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств,

содержащим степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические функции (без ограничения по уровню сложности тождественных преобразований); использовать идею координат на плоскости для представления алгебраических объектов; использовать свойства функций, входящих в уравнение, для обоснования утверждения о существовании решений и об их количестве;

- использовать готовые компьютерные программы для поиска пути решения уравнений и неравенств;

- характеризовать поведение функций; применяя аппарат элементарных функций, строить и исследовать математические модели реальных зависимостей из окружающей жизни и из смежных дисциплин, характеризовать свойства этих зависимостей, исходя из полученных результатов; приводить примеры (из смежных дисциплин), показывающих ограничения в применении математических моделей;

- применять идея предельного перехода к определению величины бесконечной периодической десятичной дроби, вычислению длины окружности, площади круга, площадей поверхностей и объёмов тел вращения, обоснованию непрерывности элементарных функций;

- пользоваться таблицами производных и интегралов, правилами нахождения производных сумм, произведения и частного, производных сложной и обратной функций; пользоваться понятием производной при исследовании функций на монотонность, на экстремумы и при построении графиков;

- объяснять смысл интеграла как площади под графиком функции, первообразной – как способа нахождения пути по скорости; вычислять площади плоских фигур с помощью интеграла;

- характеризовать процессы и явления, имеющие вероятностный характер. по статистическим данным; оценивать вероятностные характеристики случайных величин по статистическим данным;

- проводить примеры математических задач, для решения которых целесообразно применять геометрический способ задания вероятности; решать простейшие прикладные задачи на геометрические вероятности;

- обосновывать методы параллельного и центрального проектирования;

- применять традиционную схему решения задач на построение с помощью циркуля и линейки
- применять метод геометрических мест точек и метод подобия при решении задач на построение;
- давать определения, формулировать и доказывать свойства многогранников и тел вращения, анализировать формулировки определений и теорем;
- применять методы решения задач на вычисления и доказательства;
- использовать алгебраический и тригонометрический аппарат и идеи движения при решении геометрических задач;
- использовать отношения равновеликости при вычислении площадей поверхностей многогранников и тел вращения;
- применять координатный и векторный методы для решения задач на вычисления и доказательства;
- решать сложные задачи на построение, доказательство и вычисление с анализом условия задачи, определением хода решения задачи, выстраиванием логической цепочки рассуждений, соотнесением полученного ответа с условием задачи.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

10 КЛАСС

Первый уровень - 140 учебных часов

Второй уровень – не менее 210 учебных часов (отмечен *)

Третий уровень – не менее 280 учебных часов (отмечен **)

Аксиоматический метод в математике (2 часа, *4 часа, **8 часов).

Аксиомы. Аксиоматический метод. Возникновение геометрии. «Начала» Евклида. Пятый постулат. ** *Аксиоматика Гильберта: аксиомы связи, порядка, конгруэнтности, аксиома параллельности, аксиомы Архимеда и Кантора.* ***Полнота и непротиворечивость.* ** *Аксиомы Пеано для натуральных чисел.* ***Определение арифметических операций по индукции.* Примеры логических парадоксов: парадокс кучи, ***парадоксы брадобрея и лжеца.*

Начала стереометрии (8 часов, *10 часов, **14 часов). Примеры фигур в пространстве. Параллельность прямых в пространстве. ** *Эллипс как коническое сечение.* Основные понятия стереометрии. Аксиома плоскости. Аксиомы связи. Аксиома о пересечении плоскостей. Пространство и полупространство. Равенство фигур в пространстве. Знакомство с пирамидами. * *Внутренние точки пирамиды.* Примеры сечений треугольной и четырехугольной пирамиды. Общее понятие пирамиды.

Действительные числа (8 часов, *15 часов, **20 часов). Рациональные числа и их свойства. Свойства арифметических операций. Сравнение рациональных чисел. Абсолютная величина или модуль числа. **Неравенство для модуля суммы.* **Аксиома Архимеда для рациональных чисел.* **Неравенство Бернулли.* Способы записи рациональных чисел. Алгоритм представления рационального числа в виде конечной или бесконечной десятичной дроби. Периодические десятичные дроби. ** *Цепная дробь.* ** *Представление рационального числа в виде цепной дроби с помощью алгоритма Евклида.* **Соизмеримые отрезки.* ** *Алгоритм Евклида для нахождения общей меры отрезков.* Несоизмеримость диагонали квадрата с его стороной. ** *Доказательство несоизмеримости диагонали квадрата с его стороной с*

*помощью алгоритма Евклида. Сопоставление точке числовой прямой десятичной дроби. * Сопоставление десятичной дроби точки числовой прямой. Определение действительного числа. Иррациональные числа. ** Пример доказательства иррациональности числа. ** Иррациональность чисел, записываемых непериодическими десятичными дробями. ** Представление действительных чисел в двоичной системе счисления. ** Иррациональные числа и бесконечные цепные дроби. Десятичные приближения снизу и сверху для положительных и отрицательных чисел. ** Монотонность десятичных приближений. Сравнение действительных чисел по их изображениям на числовой прямой. * Сравнение действительных чисел с помощью десятичных приближений. Правило сравнения действительных чисел по их десятичной записи. Свойства арифметических операций. Приближённые значения результатов арифметических операций. Запись бесконечной периодической дроби в виде обыкновенной дроби.*

Параллельность прямых и плоскостей (14 часов, *20 часов, **24 часов). Взаимное расположение прямых в пространстве. Пересекающиеся прямые в пространстве. Параллельные прямые в пространстве. Свойства параллельности прямых. Признак параллельности прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Свойство параллельных прямой и плоскости. Сечение многогранников плоскостями, параллельным заданным прямым. ** *Пример построения сечения пирамиды плоскостью, параллельной заданным прямым. ** Построение плоскости, проходящей через одну из скрещивающихся прямых параллельно другой прямой.* Взаимное расположение плоскостей. Признаки параллельности плоскостей. Свойства параллельных плоскостей. Пересечение двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Сечения многогранников, параллельные заданным плоскостям. Прямая и две параллельные плоскости. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями. ** *О некотором множестве точек в пространстве. Треугольная призма. Многоугольная призма. Параллелепипед. Свойство диагоналей параллелепипеда. * Центральная симметрия в пространстве. Построение сечений призмы. Параллельное проектирование. ** Параллельное проектирование отрезка.*

Проекция двух параллельных прямых. **** Сохранение отношения параллельных отрезков при параллельном проектировании.**

Предел последовательности (10 часов, *14 часов, **20 часов). Примеры числовых последовательностей. * *Определение последовательности.* Определение сходимости последовательности к нулю. * *Геометрическое представление сходимости последовательности к нулю.* Бесконечно малая последовательность. * *Последовательности, не являющиеся бесконечно малыми.* **** Эквивалентность определений сходимости к нулю.** Основные свойства бесконечно малых последовательностей. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Другие свойства бесконечно малых последовательностей. **** Доказательства свойств бесконечно малых последовательностей.** **** Применение теоремы о пределе промежуточной бесконечно малой последовательности.** Сходящиеся последовательности. * *Определение предела последовательности и его геометрический смысл.* Сумма, произведение и частное сходящихся последовательностей. Предел промежуточной последовательности. * *Ограниченные последовательности.* Монотонные ограниченные последовательности. **** Примеры сходящихся последовательностей.** Числовой ряд. Сходимость, расходимость рядов. **** Знак суммирования.** **** Суммирование ряда специального вида.** Примеры сходящихся рядов. Геометрический ряд. Убывающая геометрическая прогрессия. **** Пример геометрического ряда.** * *Расходимость геометрического ряда.*

Перпендикулярность в пространстве (12 часов, *16 часов, **20 часов). Перпендикулярность прямых в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости. Следствия из перпендикулярности прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Построение плоскости, перпендикулярной к прямой. **** Единственность плоскости, проходящей через заданную точку и перпендикулярную данной прямой.** Построение прямой, перпендикулярной к плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Расстояние от точки до плоскости. Высота пирамиды. Перпендикулярность прямой к параллельным плоскостям. **** Параллельность плоскостей, перпендикулярных к одной прямой.** Перпендикулярность параллельных прямых к одной плоскости. Способы построения перпендикуляра к плоскости. Расстояние между параллельными

плоскостями. Высота призмы. Перпендикулярное проектирование. Свойства перпендикулярного проектирования. Теорема о трех перпендикулярах. **** Перпендикулярность скрещивающихся прямых. ** Обобщение признака перпендикулярности прямой и плоскости. ** Новое доказательство теоремы о трех перпендикулярах.** Взаимная перпендикулярность плоскостей. Пересечение двух плоскостей, перпендикулярных к третьей плоскости.

Показательные и логарифмические функции (10 часов, *17 часов, **22 часа). Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. ***Доказательства свойств степени с натуральным и целым показателями.** Степенные функции с натуральными и целыми показателями. ****Непрерывность функций. **Критерий непрерывности. **Выпуклость.** Арифметический корень. ****Функция $y = \sqrt[n]{x}$ при нечетном n .** Степень с рациональным показателем, свойства степеней с рациональными показателями. Примеры степени с действительным показателем. ****Непрерывность функции $y = 2^x$.** Обобщение степени, свойства степеней с действительным показателем. Показательная функция. Уравнения вида $a^x = b$. Решение простейших показательных неравенств. Логарифмы. ***Примеры логарифмов.** Логарифмическая функция. ****Монотонность логарифмической функции.** Основные логарифмические тождества. Сумма и разность логарифмов. Логарифм степени. ***Условия применимости логарифмических формул.** Формула перехода к новому основанию логарифмов. Десятичный логарифм. Примеры логарифмических уравнений и неравенств.

Тригонометрические функции числового аргумента (14 часов, *20 часов, **24 часа). Площадь единичного круга и число π . Площадь круга радиуса R и его частей. ****Площадь сектора для рационального и иррационального значения угла.** Длина окружности. Длина дуги окружности. **** Вывод формулы длины дуги окружности для рационального значения угла.** Радианное измерение угла. Соответствие градусной и радианной мер. Площадь сектора и длина дуги при измерении угла в радианах. Радианная мера произвольного угла. Синус, косинус, тангенс и ***котангенс** числового аргумента. Графики синуса, косинуса, тангенса и ***котангенса.** Формулы сложения для тригонометрических функций. Формулы приведения. Формулы двойного и половинного аргумента. ***Формула**

для $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$. Формулы произведений и сумм тригонометрических функций.

**Формулы преобразования для суммы тангенсов. **Вычисление суммы $\frac{1}{2} + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx$.*

Сечения (8 часов, *10 часов, **14 часов). Задачи, возникающие при построении сечений. Пересечение прямых. ***Построение прямой, пересекающей две заданные прямые.* Пересечение плоскостей. Пересечение прямой с плоскостью. **Построение сечения, проходящего через три точки.* Построение прямой, параллельной заданной прямой. Построение сечения, параллельного прямой. Построение сечения, параллельного плоскости. Практические приёмы использования сечений. Линии уровня. **Применение вспомогательных сечений. **Задача о пересечении двух цилиндров.*

Касательная (2 часа, *6 часов, **10 часов). Наглядное представление о непрерывной кривой. Промежутки на числовой прямой. Непрерывность монотонных функций. Кривые на плоскости. Наглядные представления о касательной. Свойства касательной к окружности. ***Отличие секущей от касательной.* Определение касательной к кривой. ***Единственность касательной. **Пример линии, не имеющей касательной в некоторой точке.* Уравнение прямой. Угловой коэффициент касательной как предел угловых коэффициентов секущих. ** Необходимое условие существования касательной. ** Достаточное условие существования касательной.* Пример нахождения касательной.

События и вероятности (8 часов, *8 часов, **10 часов). Случайный выбор элемента из конечного множества. Случайный выбор точки в пространстве и на плоскости. Случайный выбор точки на отрезке и на окружности. Мера и вероятность. Новые примеры мер множеств. Операции над событиями. Пересечение событий. Объединение событий. Произведение и сумма событий. Несовместные события. Дополнение к событию. Невозможное событие. Три свойства вероятностей. Парная несовместность событий. Закон сложения вероятностей. Вероятность дополнения к событию. **Доказательство свойств вероятностей.*

Тригонометрические уравнения (10 часов, *17 часов, **23 часа).

Примеры простейших тригонометрических уравнений. Арккосинус. Общее решение уравнения $\cos x = a$. Уравнение $\cos t = 0$. Арксинус. Общее решение уравнения $\sin x = a$. Уравнение $\sin t = 0$. *** Другая форма записи решений уравнения $\sin x = a$.* Арктангенс. Общее решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$. *** Решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$.* Тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим. Способ приведения к одному аргументу. Способ приведения к одной функции. Способ преобразования сумм и произведений синусов и косинусов. ** Способ подстановки. * Решение уравнения с применением формулы для тангенса суммы или разности углов. ** Универсальная подстановка $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$. * Условие обратимости функции. * Обратная функция и ее график. * Примеры обратных функций. ** Обратные тригонометрические функции. ** Круговые функции. ** Свойства круговых функций. ** Значения $\cos(\arcsin x)$, $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} x)$. ** Равенство $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.*

Углы в пространстве (12 часов, *19 часов, **25 часов). Угол между пересекающимися прямыми. Угол между скрещивающимися прямыми в пространстве. Примеры нахождения углов. *** Корректность определения угла между прямыми.* Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Построение линейного угла. *** Вычисление величины двугранного угла по перпендикулярам к граням.* Смежные и вертикальные двугранные углы. Угол между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей. *** Эквивалентность двух определений перпендикулярности плоскостей.* Взаимное расположение прямых в перпендикулярных плоскостях. Угол между прямой и плоскостью в особых случаях. Угол между наклонной и плоскостью. ** Примеры на вычисление угла между прямой и плоскостью. ** Свойство угла между прямой и плоскостью.* Трехгранный угол. *** Пересечение трех полупространств.* Вычисление элементов трехгранного угла. ** Теорема косинусов для трехгранного угла. ** Вторая теорема косинусов для трехгранного угла. ** Свойство плоских углов трехгранного угла. ** Теорема синусов для трехгранных углов. * Многогранный угол. * Измерение многогранных углов.* Площадь проекции многоугольника. ** Доказательство формулы для площади проекции треугольника. ** Площадь*

проекции фигуры, имеющей площадь. * Вычисление площади многоугольника по площади его проекции. ** Формула для вычисления площади треугольника.

Показательные и логарифмические уравнения и неравенства (11 часов, *18 часов, **26 часов). Свойства степеней и логарифмов. Преобразование степени и логарифма. Решение простейших показательных и логарифмических уравнений. * Замена переменной. * Сохранение равносильности при преобразованиях. Решение уравнений приведением к равенству логарифмов с одним основанием. * Решение уравнений способом логарифмирования. ** Пример доказательства равносильности преобразований. Показательные неравенства, сводящиеся к простейшим. Логарифмические неравенства, сводящиеся к простейшим. * Замена переменных. * Решение неравенств приведением к неравенству между логарифмами с одним основанием. ** Сокращенный способ решения неравенства вида $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$. * Решение неравенств приведением к неравенству степеней с одним основанием. ** Пример уравнения, содержащего логарифмы и тригонометрические функции. ** Пример неравенства, содержащего логарифмы и тригонометрические функции. * Пример неравенства, содержащего логарифмы и радикалы. ** Пример уравнения сложной структуры. ** Пример уравнения с параметром.

Комплексные числа (7 часов, *10 часов, **12 часов). Множество комплексных чисел. Сумма, разность и произведение комплексных чисел. Противоположное число. Деление во множестве комплексных чисел. Комплексно-сопряженные числа. Свойство операций во множестве комплексных чисел. ** О необходимости доказательства свойств арифметических операций во множестве \mathbb{C} . Определение квадратного корня. Примеры на вычисление квадратных корней. Квадратные уравнения с комплексными коэффициентами. Формула корней квадратного уравнения. Изображение комплексных чисел на плоскости. Комплексная плоскость. Геометрическое представление суммы комплексных чисел. Изображения комплексно-сопряженных чисел.

Повторение (4 часов, *6 часов, **8 часов).

11 КЛАСС

Первый уровень - 140 учебных часов

Второй уровень – не менее 210 учебных часов (отмечен *)

Третий уровень – не менее 280 учебных часов (отмечен **)

Предел и непрерывность (10 часов, *15 часов, **24 часа). *Область определения функции. ** Пример области определения сложной структуры. **Пределные точки области определения. Предел функции. ** ε - δ определение предела функции. Графическая иллюстрация понятия предела функции. Свойства пределов функций. * Доказательство теоремы для предела отношения двух функций. Свойство пределов функций, связанные с неравенствами. Свойство равенства пределов. Пример разрыва функции. Непрерывность функции в точке и на множестве. ** ε - δ определение непрерывности функции в точке. Свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. ** Доказательство теоремы о непрерывности сложной функции. Непрерывность некоторых функций. Доказательство неравенства $\sin x < \operatorname{tg} x$. * Предел $\frac{\sin x}{x}$ при $x \rightarrow 0$. * Существование обратной функции. * Теорема о множестве значений непрерывной функции. ** Теорема о множестве значений функции. * Непрерывность монотонной функции. * Непрерывность функции $\sqrt[n]{x}$. * Непрерывность логарифмической функции. * Непрерывность функции $\arcsin x$. * Непрерывность комбинаций элементарных функций. ** Доказательство единственности корня с помощью монотонности. ** Свойство непрерывной функции не принимающей значение 0. ** Обобщение метода интервалов для решения неравенств.

Сфера и шар (10 часов, *15 часов, **22 часа). Сфера и шар. Касание сферы и плоскости. * Общие точки шара и плоскости. ** Внутренние точки шара и их свойства. Описанные сферы. Сферы, описанные около многогранника, пирамиды. * Нахождение центра описанной сферы. ** Нахождение центра описанной сферы через серединные перпендикуляры. Сфера, вписанная в многогранник, пирамиду. * Центр сферы, касающейся граней двугранного угла. * Решение задач о касательных сферах методом биссекторных плоскостей.

*** Пример применения биссекторных плоскостей. ** Сфера, касающаяся прямой.*
*** Перпендикулярность к прямой радиуса, проведенного в точку касания.*
*** Центр сферы, касающейся сторон плоского угла. ** Пример задачи на касание сферы с заданными прямыми. ** Равенство отрезков касательных, проведенных к сфере из одной точки.*

Производная (10 часов, *12 часов, **16 часов). Касательная к графику функции. Средняя скорость и мгновенная скорость. Производная функция в точке. * *Отсутствие производной в некоторой точке.* Производные элементарных функций. Вывод равенства $(x^2)' = 2x$. Производная суммы функций и произведения функции на число. ** *Непрерывность в точке при существовании производной.* Производные суммы, произведения и частного двух функций. Формула производной сложной функции. Формула производной сложной функции. ** *Частный случай формулы производной сложной функции.*

Координаты и векторы в пространстве (12 часов, *18 часов, **22 часа). Проекция на две взаимно перпендикулярные плоскости. * *Однозначность определения точки по ее проекциям.* * *Горизонтальная, вертикальная плоскости проекций, ось проекций.* * *Проекция отрезка на эпюре.* Дистраивание проекции точки по известным проекциям. * *Дистраивание многоугольников на эпюре.* * *Гаспар Монж и начертательная геометрия.* * *Проекция на три взаимно перпендикулярные плоскости.* Координаты в пространстве. Оси координат в пространстве. Плоскости, параллельные координатным плоскостям. Прямые, параллельные координатным осям. Расстояние между точками в пространстве. ** *Доказательство формулы расстояния.* Координаты середины заданного отрезка. ** *Доказательство формулы координат середины отрезка.* Сложение и вычитание векторов. Координаты точки и вектора. Равенство векторов и его свойство. Координаты вектора. Сумма и разность векторов. Свойства сложения и вычитания векторов. Умножение вектора на число. ** *Доказательство геометрических свойств умножения вектора на число.* Свойства умножения вектора на число. Коллинеарные векторы. Сонаправленные векторы. Параметрическое задание прямой. Компланарные векторы, связанные с одной точкой. Компланарные векторы, не связанные с одной точкой. Линейная комбинация векторов. Единственность разложения вектора по трем

некомпланарным векторам. **** Непрямоугольные системы координат.**
**** Свободные векторы.** **** Изображение свободного вектора с началом в заданной точке.** **** Длина и направление свободного вектора.** **** Сумма и разность свободных векторов.** **** Умножение свободных векторов на число.** **** Коллинеарность свободных векторов.** **** Компланарность свободных векторов.** **** Разложение свободного вектора по трем некомпланарным векторам.** **** Трехмерность пространства.**

Исследование функций (12 часов, *18 часов, **24 часа). Приближение значения функции с помощью производной. **** Уточнение понятия «близкое значение».** Теорема Лагранжа. Формула конечных приращений. **** Оценка погрешности приближенной формулы.** Условия монотонности для функции. **** Обобщенное неравенство Бернулли.** Графики функций и их построение. Область определения и непрерывность. Промежутки знакопостоянства и нули функции. *** Значения функции вблизи границ области определения. Вертикальные асимптоты.** **** Пределы функции справа и слева.** **** Значения функции, стремящиеся к бесконечности.** Промежутки монотонности. Локальные минимумы и максимумы функции, точки экстремума. Поведение графика функции при стремлении аргумента к бесконечности. **** Строгое определение асимптоты.** **** Промежутки выпуклости и вогнутости.** Этапы построения графика функции. Пример на построение графика функции. *** Пример на построение графика, имеющего асимптоты.** **** Пример на построение графика функции с двумя разными наклонными асимптотами.** **** Построение графиков функций при наличии симметрий.** Задачи на наибольшие и наименьшие значения. Максимум и минимум функции на множестве. **** Пример нахождения максимума без исследования функции.** Пример нахождения максимума с помощью исследования функции. **** Теорема существования максимума и минимума непрерывной функции.** *** Теорема Ферма.** Примеры нахождения максимума и минимума функции на отрезке. *** Практическая задача на нахождение минимума функции.** **** Практическая задача на нахождение максимума функции.** *** Новые признаки локального максимума и локального минимума.** **** Строгие локальные максимумы и минимумы.**

Метод координат в пространстве (10 часов, *18 часов, **20 часов).

Скалярное произведение векторов и его свойства. Преобразование выражений с векторами. Длина вектора. Угол между векторами. Геометрический смысл скалярного произведения. Скалярное произведение свободных векторов. Перпендикулярность векторов. * *Применение векторов к решению геометрических задач.* Нормаль к плоскости. * *Существование нормали.* ** *Плоскость, перпендикулярная к заданному ненулевому вектору.* Задание плоскости с помощью уравнения. Геометрический смысл коэффициентов при неизвестных в уравнение плоскостей. * *Векторный признак параллельности прямой и плоскости.* ** *Нормальное уравнение плоскости.* Косинус угла между векторами. Угол между скрещивающимися прямыми. Формула косинуса угла между прямыми. Угол между плоскостями. Угол между нормальными к плоскостям. Векторный признак перпендикулярности плоскостей. ** *Векторный признак параллельности плоскостей.* Примеры на вычисление угла между плоскостями. Синус угла между прямой и плоскостью. ** *Вывод формулы для синуса угла между прямой и плоскостью.* ** *Нахождение плоскости, образующей заданный угол с заданной прямой.* Формула расстояния от точки до плоскости. ** *Расстояние между скрещивающимися прямыми.* ** *Вычисление расстояния между прямыми с помощью дополнительных построений.* ** *Вычисление расстояния между прямыми с помощью векторов.* Уравнение сферы. * *Составление уравнения сферы.* ** *Касание сферы с плоскостью.*

Уравнения с неизвестной функцией и ее производными (6 часов, *11 часов, *14 часов). Понятие первообразной. Условие постоянства функции. Связь между первообразными непрерывной функции. ** *Связь между первообразными разрывной функции.* Таблица первообразных. * *Неопределенный интеграл.* Правила нахождения первообразных. Нахождение первообразной при линейной замене переменной. ** *Правило замены переменной для неопределенных интегралов.* * *Доказательство правил вычисления неопределенных интегралов.* Пример на составление дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Пример решения дифференциального уравнения. * *Задача о полете снаряда.* ** *Задача о выравнивании температур.* * *Дифференциальные уравнения с*

*разделенными переменными. ** Задача о полете парашютиста. * Первая космическая скорость. ** Вторая космическая скорость.*

Общие представления о площади и объеме (6 часов, *12 часов, **14 часов). Свойства площади. Палетки. Элементарные фигуры и их площадь. Аддитивность и монотонность площади для элементарных фигур. * *Объединение, пересечение и разность элементарных фигур. * Измеримость по Жордану на плоскости. ** Пример множества, не измеримого по Жордану. * Монотонность меры Жордана. * Критерии измеримости. * Доказательство критериев измеримости.* Равенство площадей равных фигур. ** *Измеримость объединения фигур.* Существование площади круга. Свойства объема. Элементарные фигуры в пространстве. * *Измеримость по Жордану в пространстве.* Критерий существования объема. Объем обобщенного цилиндра.

Определенный интеграл (8 часов, *10 часов, **14 часов). Криволинейная трапеция. Метод исчерпывания. Интегральные суммы. Формула Ньютона – Лейбница. ** *Площадь фигуры, ограниченной графиками двух функций.* Свойства определенного интеграла. ** *Нахождение первообразных с помощью площадей.* Формула для вычисления объема тел. ** *Вычисление объема призмы. ** Условие непрерывности сечений. ** Доказательство формулы для вычисления объема.* Объем пирамиды. * *Тело вращения.* Объем конуса. Объем шара. * *Принцип Кавальери.*

Условные вероятности (8 часов, *11 часов, **14 часов). Условная вероятность. Способы вычисления условной вероятности. Формула условной вероятности. Формула произведения вероятностей. Формулы вероятности произведения двух событий. * *Формула вероятности произведения нескольких событий. ** Доказательство формулы произведения вероятностей. * Вероятность произведения двух независимых событий. * Вероятность произведения нескольких независимых событий.* Полный класс событий. Свойства полного класса событий. Применение полного класса событий и вычисление вероятностей. Формула полной вероятности. ** *Формула Байеса вероятности гипотез.*

Комплексные числа (8 часов, *10 часов, **16 часов). Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. ** *Правило*

нахождения аргумента комплексного числа. Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме записи. Формула Муавра. * Представление тригонометрических функций с помощью комплексных чисел. Деление комплексных чисел. Корни из комплексного числа. ** Формула корней из комплексного числа. ** Комплексные корни из 1. ** Свойства корней из 1. ** Сумма комплексных корней из 1. ** Представление корней из комплексного числа с помощью корней из 1. ** Пример на применение комплексных корней из 1.

Геометрические фигуры на плоскости и в пространстве (8 часов, *11 часов, **18 часов). Внутренние, внешние и граничные точки шара. Внутренность шара. Определение внешних, внутренних и граничных точек. Внутренность и граница множества. ** Пример множества, для которого любая точка пространства является граничной. Внутренние, внешние и граничные точки на плоскости. ** Внутренние, внешние и граничные точки множеств на прямой. ** Тела в пространстве. ** Непустота внутренности тел. ** Связность внутренности тел. ** Замкнутость тел. ** Полное определение тела. ** Поверхность тела. ** Замкнутые области на плоскости. ** Замкнутые множества на прямой. ** Выпуклые фигуры на плоскости и на прямой. ** Выпуклые фигуры в пространстве. ** Пересечение нескольких выпуклых фигур. ** Пересечение замкнутых фигур в пространстве. ** Выпуклые тела. ** Пересечение прямой с выпуклым телом. ** Признак выпуклости тела. ** Задание полупространства с помощью координат. ** Теорема отделимости. ** Выпуклое тело как пересечение всех содержащих его полупространств. ** Опорные плоскости. ** Многоугольные области. ** Многогранники. ** Выпуклые многогранники. ** Разбиение многогранников на треугольные пирамиды. ** Примеры многогранников. ** Полуправильные многогранники.

Периодические функции (6 часов, *9 часов, **16 часов). Всюду определенные периодические функции. Основной период. Основной период функции $\sin 2x$. Не всюду определенные периодические функции. Основной период функции $\operatorname{tg} x$. Графики периодических функций. Особенности графика периодической функции. Примеры графиков периодических функций. Функции с основным периодом. ** Множество периодов функции, имеющей основной период. ** Изменение периодов при линейной замене аргумента. ** Теорема о

линейной подстановке в аргумент. ** Тригонометрический двучлен. Функции с соизмеримыми периодами. ** Сумма и произведение функций с соизмеримыми периодами. ** Существование основного периода у периодического тригонометрического двучлена общего вида.

Применения комплексных чисел (6 часов, *10 часов, **16 часов).
Функции комплексного переменного. Функция $f(z) = z + m$ и параллельный перенос. Функция $f(z) = mz$ и поворот. Функция $f(z) = tz$ при $t \in R$ и гомотетия. Повороты в комплексной плоскости. Геометрический смысл линейных функций в комплексной плоскости. Функция $f(z) = \bar{z}$ и симметрия относительно действительной оси. ** Функция $f(z) = m^2 \bar{z}$ при $|m|=1$ и симметрия относительно оси. ** Скользящая симметрия. Уравнение прямой в комплексной плоскости. Уравнение окружности в комплексной плоскости. Инверсия и ее свойства инверсии. Преобразование окружности при инверсии. Формула Эйлера для мнимых показателей. ** Предел последовательности комплексных чисел. ** Формула Эйлера для мнимых показателей. ** Показательная форма записи комплексного числа. ** Синус и косинус при комплексном значении аргумента. ** Показательная функция в комплексной плоскости. ** Структура множества значений функции e^z .

Повторение всего курса математики (20 часов, *30 часов, **30 часов).

Рекомендации по обеспечению образовательного процесса

Федеральный государственный образовательный стандарт представляет собой совокупность требований, обязательных для исполнения при реализации основной образовательной программы, в том числе, включает в себя государственные требования к материально-техническим и иным условиям её реализации.

Стандарт предъявляет существенно новые требования к материально-техническому и информационному оснащению образовательного процесса, связанные, в частности, с активным использованием участниками образовательного процесса информационно-коммуникационных технологий. Несоблюдение данных требований не обеспечит в полной мере реализацию требований к результатам освоения основной образовательной программы.

Это обязательно потребует изменений в оборудовании рабочего места учителя. На федеральном уровне разработаны федеральные требования к минимальной оснащённости учебного процесса и оборудованию учебных помещений.

Рекомендации разработаны на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта к условиям реализации основной образовательной программы среднего (полного) общего образования, в соответствии с которыми учебные кабинеты, помещения для занятий учебно-исследовательской и проектной деятельностью, моделированием и техническим творчеством образовательного учреждения, реализующего основную образовательную программу среднего (полного) общего образования, должны содержать полные комплекты технического оснащения и оборудования всех предметных областей и внеурочной деятельности, включая расходные материалы и канцелярские принадлежности.

Оснащение образовательного процесса должно обеспечивать возможность:

- достижения планируемых результатов освоения основной образовательной программы среднего (полного) общего образования всеми обучающимися;
- развития личности, способностей, удовлетворения познавательных интересов, самореализации обучающихся, в том числе одаренных и талантливых, через

- организацию учебной и внеурочной деятельности, социальной практики, общественно полезной деятельности, систему кружков, секций, студий;
- овладения обучающимися ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий;
 - индивидуализации процесса образования посредством проектирования и реализации индивидуальных образовательных планов обучающихся, обеспечения их эффективной самостоятельной работы;
 - формирования у обучающихся опыта самостоятельной образовательной, общественной, проектно-исследовательской деятельности;
 - включения обучающихся в проектную и учебно-исследовательскую деятельность;
 - проектирования и конструирования, управления объектами, программирования;
 - создания обучающимися материальных и информационных объектов.

Оснащение учебных кабинетов должно обеспечиваться оборудованием автоматизированных рабочих мест педагога и обучающихся, а также набором традиционной учебной техники для обеспечения образовательного процесса. Автоматизированное рабочее место (АРМ) включает не только собственно компьютерное рабочее место, но и специализированное цифровое оборудование, а также программное обеспечение и среду сетевого взаимодействия, позволяющие педагогу и обучающимся наиболее полно реализовать профессиональные и образовательные потребности.

Потребность использования АРМ обучающихся при изучении различных предметных областей определяет организационную модификацию данного комплекта: организация стационарных автоматизированных рабочих мест обучающихся либо комплект общешкольного оснащения.

Традиционные средства обучения по математике (объемные и плоскостные пособия, макеты, таблицы и др.) используются самостоятельно, а также совместно со средствами ИКТ и повышают их функциональность и эффективность использования в образовательном процессе.

Рекомендуемое оснащение учебных кабинетов математики для средней ступени общего образования

1. Технические средства обучения

1.1. Специализированный программно-аппаратный комплекс педагога и обучающегося (СПАК)

СПАК является составной частью информационно-образовательной среды образовательного учреждения, обеспечивает решение профессиональных задач педагога с применением информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). СПАК должен обеспечивать сетевое взаимодействие всех участников образовательного процесса. СПАК включает:

1. Персональный или мобильный компьютер (ноутбук) с предусмотренным программным обеспечением.
2. Интерактивное оборудование: интерактивная доска, проектор мультимедийный, визуализатор цифровой.
3. Оборудование для тестирования качества знаний обучающихся
4. Копировально-множественная техника (печатное, копировальное, сканирующее устройства)
5. Прочие устройства

Универсальная платформа для перемещения, хранения и подзарядки портативных компьютеров, прочего оборудования

2. Библиотечный фонд (книгопечатная продукция)

В состав обязательного программно-методического обеспечения кабинета математики входят стандарты по математике, примерные программы, авторские программы.

В библиотечный фонд входят комплекты учебников, рекомендованных или допущенных министерством образования и науки Российской Федерации.

В состав библиотечного фонда целесообразно включать:

1. Рабочие тетради
2. Дидактические материалы
3. Сборники контрольных и самостоятельных работ
4. Практикумы по решению задач, соответствующие используемым комплектам учебников

5. Сборники разноуровневых познавательных и развивающих заданий
6. Сборники заданий (в том числе в тестовой форме), обеспечивающих диагностику и контроль качества обучения в соответствии планируемыми результатами освоения основной образовательной программы
7. Методические пособия для учителя и др.

В фондах библиотеки образовательного учреждения могут содержаться научная, научно-популярная, различные справочные пособия (энциклопедии, словари, сборники основных формул и т.п.), необходимые для подготовки докладов, сообщений, рефератов, творческих работ.

3. Печатные пособия

Таблицы по математике должны содержать правила действий с числами, таблицы метрических мер, основные сведения о плоских и пространственных геометрических фигурах, основные математические формулы, соотношения, законы, графики функций. В кабинете математики должны быть представлены портреты математиков, вклад которых в развитие математики представлен в стандарте.

4. Информационно-коммуникативные средства

Могут быть представлены учебной техникой, обеспечивающей визуально-звуковое представление объекта изучения, мультимедийные обучающие программы и электронные учебные издания по основным разделам курса математики. Мультимедийные обучающие программы, электронные образовательные ресурсы (ЭОР) и электронные учебные издания могут быть ориентированы на систему дистанционного обучения, либо носить проблемно-тематический характер и обеспечивать дополнительные условия для изучения отдельных тем и разделов стандарта. В обоих случаях эти пособия должны предоставлять техническую возможность построения системы текущего и итогового контроля уровня подготовки обучающихся (в том числе, в форме тестового контроля).

Также при обучении могут использоваться специально разработаны для системы среднего образования интерактивные учебные пособия. Их использование повышает уровень визуализации учебного материала, разнообразить методы и приемы работы с классом, проводить фронтальную и

групповую работу с учащимися и т.д. В качестве интерактивных пособий могут использоваться: интерактивные плакаты, интерактивные творческие задания, виртуальные конструкторы и лабораторные работы, разнообразные программно-методические комплексы.

5. Учебно-практическое и учебно-лабораторное оборудование

В состав учебно-практического и учебно-лабораторного оборудования целесообразно включать:

1. Аудиторная доска с магнитной поверхностью и набором приспособлений для крепления таблиц
2. Доска магнитная с координатной сеткой
3. Комплект инструментов классных: линейка, транспортир, угольник (30° , 60°), угольник (45° , 45°), циркуль (комплект предназначен для работы у доски.)
4. Комплект стереометрических тел (демонстрационный), комплект стереометрических тел (раздаточный), набор планиметрических фигур.

При организации деятельности обучающихся должны использовать новые информационных технологии: мультимедийные программы, электронные справочники и энциклопедии, обучающие компьютерные программы, электронные библиотеки, которые включают комплекс информационно-справочных материалов, объединенных единой системой навигации и ориентированных на различные формы познавательной деятельности, в том числе исследовательскую проектную работу. В состав электронных библиотек могут входить тематические базы данных, фотографии, видео, анимация, таблицы, схемы, диаграммы и графики.